Számrendszerek
(Číselné sústavy)

helyiértékes (pozičné) ↔ nem helyiértékes (nepozičné číselné sústavy) – előfordult ezek kombinációja is
nem helyiértékes számrendszer – az értéket nem csak az elhelyezkedés határozza meg
legismertebb példája a római számok rendszere (továbbá: egyiptomi, görög, etruszk, …)
a 0 gyakran hiányzik ezekből; a számok ábrázolása hosszú
IV = 4; VI = 6; XCVII = 97; …

helyiértékes számrendszer – minden számjegy értéke a tizedesvesszőhöz viszonyított pozíciótól függ
alapszám (základ číselnej sústavy) – minden helyhez tartozó érték az alapszám hatványa ($z > 1$, $z \in \mathbb{N}$)
a számjegyek száma (počet rôznych číslic) – megegyezik az alapszámmal: 0-tól (z – 1)-ig terjed
a legmagasabb helyiértékű számjegy (najvyššia významová číslica) – az első helyen szereplő számjegy
a legkisebb helyiértékű számjegy (najmenej významová číslica) – az utolsó helyen szereplő számjegy

$$a = \underbrace{p_n p_{n-1} \cdots p_0}_{\text{előtte } n+1 \text{ számjegy}} , \underbrace{p_{-1} p_{-2} \cdots p_{-m}}_{utána\ m \text{ számjegy}}$$

$$a = \sum_{i=-m}^{n} p_i . z^i$$

tízes (decimális) számrendszer (desiatková sústava) – ebben dolgozunk
z = 10
számjegyek: 0; 1; 2; …; 8; 9
helyiértékek:
a tizedesvesszőtől balra – egyesek (10^0); tízesek (10^1); százasok (10^2); ezresek (10^3); …
a tizedesvesszőtől jobbra – tizedek (10^{-1}); századok (10^{-2}); ezredek (10^{-3}); …

$$\begin{aligned} 35\,712{,}21 &= 3.10^4 + 5.10^3 + 7.10^2 + 1.10^1 + 2.10^0 + 2.10^{-1} + 1.10^{-2} = \\ &3.10\,000 + 5.1\,000 + 7.100 + 1.10 + 2.1 + 2.0{,}1 + 1.0{,}01 = \\ &30\,000 + 5\,000 + 700 + 10 + 2 + 0{,}2 + 0{,}01 \end{aligned}$$

kettes (bináris) számrendszer (dvojková sústava) – főként a számítástechnikában használatos, elektromos (logikai) áramkörökben
ha számunk nem az általunk használt tízes számrendszerben van, akkor zárójelezzük és a zárójel jobb alsó indexébe írjuk az adott számrendszer alapszámát
z = 2
számjegyek: 0; 1
helyiértékek:
egyesek (2^0); kettesek (2^1); négyesek (2^2); nyolcasok (2^3); tizenhatosok (2^4); …

$$\begin{aligned} (101100101)_2 &= 1.2^8 + 0.2^7 + 1.2^6 + 1.2^5 + 0.2^4 + 0.2^3 + 1.2^2 + 0.2^1 + 1.2^0 = \\ &1.256 + 0.128 + 1.64 + 1.32 + 0.16 + 0.8 + 1.4 + 0.2 + 1.1 = \\ &256 + 64 + 32 + 4 + 1 = 357 \end{aligned}$$

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	10	11	100	101	110	111	1000	1001	1010	1011	1100	1101

áttérés más számrendszerből a tízes számrendszerbe:
az alapszámmal való maradékos osztással
1. maradékos osztással osztjuk az alapszámmal
2. a maradékokat visszafelé (jobbról balra) jegyezzük fel
3. a kapott hányadossal folytatjuk a maradékos osztást
4. addig ismételjük az 1..3 lépéseket, míg a hányados nem lesz nulla

$$a = (\boldsymbol{r_n\, r_{n-1}\, r_{n-2} \ldots r_1\, r_0})_z$$

$$\begin{aligned} a &= z.q_0 + \boldsymbol{r_0} \\ q_0 &= z.q_1 + \boldsymbol{r_1} \\ q_1 &= z.q_2 + \boldsymbol{r_2} \\ &\vdots \\ q_{n-1} &= z.0 + \boldsymbol{r_n} \end{aligned}$$

példa:

szám/hányados	: alapszám	hányados	maradék
187	:2 =	93	1
93	:2 =	46	1
46	:2 =	23	0
23	:2 =	11	1
11	:2 =	5	1
5	:2 =	2	1
2	:2 =	1	0
1	:2 =	0	1

$187 = (10111011)_2$

szám/hányados	: alapszám	hányados	maradék
187	:3 =	62	1
62	:3 =	20	2
20	:3 =	6	2
6	:3 =	2	0
2	:3 =	0	2

$187 = (20221)_3$

hatványok módszere (az alapszám legnagyobb hatványával maradékos osztással)

1. megkeressük az alapszám legnagyobb hatványát, mely még kisebb számunknál
2. maradékosan elosztjuk ezen hatvánnyal és feljegyezzük a hányadost
3. kivonjuk a számunkból a hatvány hányadosszorosát, és a különbséggel folytatjuk
4. következő osztónk az alapszám eggyel kisebb hatványa lesz (nem hagyunk ki egy hatványt se); vele folytatjuk a 2..3 lépéseket

$a = (\boldsymbol{q}_{\mathbf{n}}\, \boldsymbol{q}_{\mathbf{n-1}}\, \boldsymbol{q}_{\mathbf{n-2}} \ldots \boldsymbol{q}_{\mathbf{1}}\, \boldsymbol{q}_{\mathbf{0}})_{\mathbf{z}}$

$a < z^{n+1} \wedge a > z^n$

$$
\begin{aligned}
a &= \boldsymbol{q}_{\mathbf{n}}.z^n + r_n \\
r_n &= \boldsymbol{q}_{\mathbf{n-1}}.z^{n-1} + r_{n-1} \\
r_{n-1} &= \boldsymbol{q}_{\mathbf{n-2}}.z^{n-2} + r_{n-2} \\
&\vdots \\
r_1 &= \boldsymbol{q}_{\mathbf{0}}.z^0 + 0
\end{aligned}
$$

példa:

szám/különbség	hatvány	hányados	maradék
187	128	1	187-1.128 = 59
59	64	0	59-0.64 = 59
59	32	1	59-1.32 = 27
27	16	1	27-1.16 = 11
11	8	1	11-1.8 = 3
3	4	0	3-0.4 = 3
3	2	1	3-1.2 = 1
1	1	1	1-1.1 = 0

szám/különbség	hatvány	hányados	maradék
187	81	2	187-2.81 = 25
25	27	0	25-0.27 = 25
25	9	2	25-2.9 = 7
7	3	2	7-2.3 = 1
1	1	1	1-1.1 = 0

tizenhatos (hexadecimális) számrendszer (šestnástková sústava) – a számítástechnikában használatos

z = 16

számjegyek: 0; 1; … ; 9; A; B; … ; F

helyiértékek:

egyesek (16^0); tizenhatosok (16^1); kétszázötvenhatosok (16^2); …

$(A2E)_{16} = \quad 10.16^2 + 2.16^1 + 14.16^0 =$

$\quad 10.256 + 2.16 + 14.1 = 2\,560 + 32 + 14 = 2\,606$

minél nagyobb az alapszám, annál rövidebb lesz a számunk